

## **Inferência Estatística, Métodos Combinatórios e Numéricos**

11 de julho das 11:00 até 12:30

- 1-Luís M. Grilo (11:00-11:20)
- 2.Carlos Pires (11:25-11:45)
- 3.Álvaro Anjo (11:50-12:10)
- 4.Pedro Lima (12:15-12:35)

12 de julho das 11:00 até 12:30

- 5.Filomena Teodoro (11:00-11:20)
- 6-Ana Jorge (11:25-11:45)
- 7-Anacleto (11:50-12:10)
- 8-Fernando Carapau (12:15-12:35)

# SPM16 Cartas de controlo para valores individuais. Aplicações

Luís M. Grilo<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Unidade Departamental de Matemática e Física  
Instituto Politécnico de Tomar  
lgrilo@ipt.pt*

## Abstract

Nos processos industriais em que temos disponível uma amostra de uma única medição (por motivos, essencialmente, económicos) usamos as cartas de controlo de Shewhart para valores individuais (para avaliar a localização central) e de amplitudes móveis (para estimar a variabilidade). Apresentamos aqui alguns casos reais onde, por vezes, os dados das variáveis que estão a ser monitorizadas não são provenientes de um modelo normal, sendo que para obter limites de controlo mais eficientes e robustos (no que respeita à taxa de falsos alarmes e ao tempo necessário para detetar mudanças) recorreremos à mediana das amplitudes móveis (em vez da média), aplicamos transformações Box-Cox para normalizar as variáveis e nos casos em que a distribuição empírica das variáveis se pode considerar aproximadamente normal, mas em que a amostra é pequena, utilizamos o método não paramétrico com base nos quantis empíricos, que recorre ao procedimento bootstrap.

Estes procedimentos têm vindo a ser utilizados por não estatísticos (habitualmente engenheiros) que os consideram como relativamente simples de implementar computacionalmente e com outputs fáceis de interpretar, permitindo avaliar com relativa rapidez o estado do processo em análise.

## Palavras-chave:

Bootstrap, Pequenas amostras, Quantis empíricos, Transformações Box-Cox, Robustez.

## References

- [1] Wheeler, D. J. (1995) *Advanced Topics in Statistical Process Control*, SPC Press, Knoxville, Tennessee.
- [2] Grilo, L. M. e Grilo, H. L. (2015) Individual and moving range control charts in the production of olive oil. *ICNAAM 2014, AIP Conf. Proc.* **1648**: 840011, 1–4.

- [3] Grilo, L. M. e Grilo, H. L. (2016) Comparison of individual charts to monitor peroxide index of olive oil. *Proceedings in Advances in Mathematics and Computer Science and their Applications (Math. and Comp. in Sc. and Eng. Series, 57: 272–275.*
- [4] Grilo, L. M., Silva, D. S., Nogueira, I. M., Grilo, H. L. e Oliveira, T. A. (2016) Individual Control Charts in Paperboard Industry. *ICCMSE 2016, AIP Conf. Proc.* (aceite para publicação).
- [5] Vermaat, M. B., Does, R. J. M. M. e Klaassen, C. A. J. (2003) A comparison of Shewhart individuals control charts based on normal, non-parametric, and extreme-value theory. *Quality and Reliability Engineering International*, **19**, 4: 337–353.
- [6] Willemain, T. R. e Runger, G. C. (1996) Designing control charts using an empirical reference distribution. *Journal of Quality Technology*, **28**, 1, 31–38.

# SPM16 Estatística fora do paradigma Gaussiano: exemplos, métodos e aplicações ao Clima

Carlos Pires<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Universidade de Lisboa, Departamento de Engenharia Geográfica,  
Geofísica e Energia da FCUL - DEGGE, Instituto Dom Luiz - IDL,  
clpires@fc.ul.pt*

## Abstract

Muitos processos naturais resultam de médias e processos de acumulação e por isso tendem pelo Teorema do Limite Central a exibir distribuições de probabilidade Gaussianas. No entanto existem imensas exceções e evidência de não-Gaussianidade, nomeadamente nos campos climáticos espacialmente distribuídos. Como tal e com base na Teoria da Informação, apresentam-se técnicas de estudo desse tipo de aleatoriedade com aplicação à climatologia estatística. Em síntese, a presente comunicação foca os seguintes tópicos: 1) O problema da separação de dados em fontes estatísticas independentes (Blind Source Separation-BSS); 2) As limitações da Análise de Componentes Principais; 3) Evidência de não-Gaussianidade em séries temporais climáticas; 4) Conceito de Informação mútua multivariada; 5) Maximização da negentropia de Shannon das fontes estatísticas; 6) Análise de componentes e subespaços independentes (ICA e ISA); 7) Otimização de fontes estatísticas com recurso à maximização de funções contraste baseadas em cumulantes multivariados; 8) Exemplo de aplicação da ICA a dados climáticos observados; 9) Decomposição de séries de dados em díadas e tríadas não-Gaussianas; 10) Interpretação de tríadas não-Gaussianas como assinatura estatística de processos sinérgicos e informação de interação.

## Palavras-chave:

Não-Gaussianidade, Análise de Componentes Independentes, Teoria da Informação, Separação de Dados em Fontes, Séries Temporais não Lineares.

## References

- [1] PIRES, C. A., PERDIGÃO R. A. (1980) Non-Gaussian interaction information: estimation, optimization and diagnostic application of triadic wave resonance, *Nonlinear Processes in Geophysics* 22: 87–108. doi:10.5194/npg-22-87-2015.
- [2] PIRES, C. A., RIBEIRO A. (2016) Separation of the atmospheric variability into non-Gaussian multidimensional sources by projection pursuit techniques. *Climate Dynamics* (accepted). doi: 10.1007/s00382-016-3112-9.

# SPM16 Simulação do Teorema do Limite Central

Álvaro Anjo<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Agrupamento de Escolas Dr<sup>a</sup> Laura Ayres, 8125-214 Quarteira,  
alvaroanjo@gmail.com*

## Abstract

O Teorema do Limite Central estabelece que a distribuição das médias das amostras aleatórias de dimensão  $n$ , de uma população de média  $\mu$  e desvio-padrão  $\sigma$ , converge para a distribuição normal  $(\mu, \sigma/\sqrt{n})$ , quando  $n$  cresce para infinito. A consequência prática deste Teorema é que possível aproximar a média amostral à média populacional, independentemente da população, para um dado nível de confiança. No ensino secundário, esta questão contem duas dificuldades de exposição; a convergência da média amostral e o nível de confiança. A “demonstração” da aproximação da média amostral à média populacional, é usualmente feita mostrando imagens de uma experimentação já efetuada, apelando ao bom senso do aluno; é uma questão de “fé”. Por outro, o conceito de nível de confiança exige uma compreensão difícil de obter sem experimentação. Em resumo, o aluno inteligente deve acreditar (ou memorizar). Esta comunicação pretende mostrar que a folha de cálculo pode realizar a demonstração simulada do TLC, desde que satisfaça alguns requisitos: 1) várias populações, (Normal, Uniforme, Bimodal, Assimétrica) de dimensão muito grande; 2) uma ou mais amostras aleatórias, e de várias dimensões; 3) atenuação da variabilidade da média, desvio padrão e nível de confiança, por alisamento exponencial de ordem elevada e constante muito baixa; 4) parametrização, que permita verificar o TLC.

## Palavras-chave:

Teorema do Limite Central, Intervalo de Confiança, Simulação, Folha de Cálculo.

## References

- [1] ASSIS, Rui (2012), Teorema Limite central.xlsx, Intervalo Confiança Teste.xlsx, Estatística Aplicada, <http://www.rassis.com/estatistica.html>.
- [2] GORDON, Sheldon (2004), clt-simulation.xlsm, simulating-confidence-intervals.xlsm, Graphical Explorations for Statistics and Probability in Excel, <https://www.farmingdale.edu/faculty/sheldon-gordon/dynamicstatistics.shtml>.

# SPM16 Métodos Computacionais para Campos Neuronais a Duas Dimensões

Pedro M. Lima<sup>1</sup>, Evelyn Buckwar<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Centro de Matemática e Aplicações, [plima@math.ist.utl.pt](mailto:plima@math.ist.utl.pt)

<sup>2</sup> Johannes Kepler University of Linz, Institute of Stochastics, [evelyn.buckwar@jku.at](mailto:evelyn.buckwar@jku.at)

## Abstract

O objectivo do presente trabalho é descrever um novo método computacional eficiente para Equações de Campos Neuronais (ECN), orientado para a aplicações em Neurociência Computacional e Robótica Cognitiva. Consideramos ECN com retardamento da forma

$$c \frac{\partial}{\partial t} V(\bar{x}, t) = I(\bar{x}, t) - V(\bar{x}, t) + \int_{\Omega} K(|\bar{x} - \bar{y}|) S(V(y, t - \tau(\bar{x}, \bar{y}))) d\bar{y}, \quad (1)$$

$\bar{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, t \in [0, T]$ , onde a incógnita  $V(\bar{x}, t)$  é uma função do tipo  $V : \Omega \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $I$ ,  $K$  e  $S$  são funções dadas;  $c$  é uma constante. Procura-se uma solução desta equação que satisfaça a condição inicial  $V(\bar{x}, t) = V_0(\bar{x}, t)$ ,  $\bar{x} \in \Omega$ ,  $t \in [-\tau_{max}, 0]$ , onde  $\tau_{max} = \max_{\bar{x}, \bar{y} \in \Omega} \tau(\bar{x}, \bar{y})$ ;  $\tau$  representa um retardamento dependente de  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  (com um caso particular, também se considera aquele em que  $\tau \equiv 0$ ).

A equação (1) sem retardamento foi introduzida primeiro por Wilson e Cowan [3], e mais tarde por Amari [1], para descrever interações excitatórias e inibitórias em populações de neurónios.

Descrevemos um método numérico recentemente introduzido [2] para aproximar a solução da equação (1). A precisão e a eficiência do método são discutidas e são apresentados alguns exemplos numéricos que ilustram o seu desempenho.

**Palavras-chave:** métodos computacionais, equações integro-diferenciais, campos neuronais.

## References

- [1] AMARI, S.L. (1977) Dynamics of pattern formation in lateral-inhibition type neural fields, *Biol. Cybernet.*, 27 (2), 77–87.
- [2] LIMA, P.M., BUCKWAR, E. (2015) Numerical solution of the neural field equation in the two-dimensional case, *SIAM Journal of Scientific Computing*, 37, B962– B979.
- [3] WILSON, H.R., COWAN, J.D. (1972) Excitatory and inhibitory interactions in localized populations of model neurons *Bipophys. J.*, 12, 1–24.

# SPM16 Solução Numérica de uma Equação Diferencial Mista da Acústica

M. Filomena Teodoro<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Center for Computational and Stochastic Mathematics (CEMAT - Instituto Superior Técnico - Universidade de Lisboa)*

<sup>2</sup>*Centro de Investigação Naval (CINAV-Escola Naval-Marinha Portuguesa), maria.alves.teodoro@marinha.pt*

## Abstract

O principal objetivo deste trabalho é obter a solução numérica de uma equação diferencial não linear com avanço e atraso que modela a vibração de alguns tecidos elásticos na fisiologia. Em particular, o modelo caracteriza a vibração como a propagação de ondas superficiais através dos tecidos na direção do fluxo. Alguns esquemas numéricos são adaptados de algoritmos introduzidos em [1, 2, 3] utilizando o método colocação, método dos elementos finitos, método de passos e o método de Newton por forma a obter a solução aproximada.

**Keywords:** Equação funcional diferencial do tipo misto, equação não linear, vibração de tecidos elásticos, fonação, aproximação numérica, método dos passos, método de Newton.

## References

- [1] LIMA, P. M. , TEODORO, M. F., FORD, N. J., and PATRICIA, P. M. (2013) Analysis and Computational Approximation of a Forward-Backward Equation Arising in Nerve Conduction, Differential and Difference Equations with Applications, Springer Proc. in Mathematics & Statistics, Sandra Pinelas, Michel Chipot and Zuzana Dosla (Eds.), 47, 475–483.
- [2] LIMA, P. M. , TEODORO, M. F., FORD, N. J., and PATRICIA, P. M. (2009) Analytical and Numerical Investigation of Mixed Type Functional Differential Equations, Journal of Computational and Applied Mathematics, 234 (9), 2732–2744.
- [3] TEODORO, M. F., FORD, N. J., LIMA, P. M. and PATRICIA, P. M. (2009) New approach to the numerical solution of forward-backward equations, Frontiers of Mathematics on China, 4 (1), 2009, 155–168.

## A Aplicação do Método Reasonable Goals (RGM) e de Mapas de Decisão Iterativos (IDM) à resolução de um problema multicritério de Gestão de Resíduos Sólidos Urbanos

### **Autores:**

Ana Maria Jorge, Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa, IPL.  
Centro de Investigação em Matemática e Aplicações. Universidade de Évora.

[amjorge@iscal.ipl.pt](mailto:amjorge@iscal.ipl.pt)

Vladimir Bushenkov, Centro de Investigação em Matemática e Aplicações.  
Universidade de Évora.

[bushen@uevora.pt](mailto:bushen@uevora.pt)

Manuela Oliveira, Centro de Investigação em Matemática e Aplicações. Universidade de Évora.

[mmo@uevora.pt](mailto:mmo@uevora.pt)

Alexandre Magrinho, Escola Superior de Tecnologia de Setúbal. IPS.

[alexandre.magrinho@estsetubal.pt](mailto:alexandre.magrinho@estsetubal.pt)

**Palavras-chave:** Método Reasonable Goals; Mapas de Decisão Iterativos; Otimização Multicritério; Gestão de Resíduos Sólidos Urbanos

### **Resumo:**

Face a um problema o decisor é por vezes confrontado com um número infinito de soluções possíveis. Uma vez que a sua análise não poderá ser realizada de uma forma exaustiva, a opção comum e usual, é o decisor recorrer a especialistas que o apoiam na tomada de decisão da solução mais adequada à resolução do problema que este têm em análise. O que acontece, na maior parte das vezes, é que esses especialistas escolhem soluções com base nas suas próprias convicções e objetivos, inviabilizando deste modo a aplicação das técnicas de apoio à decisão à resolução de problemas reais. O método dos Reasonable Goals (RGM) é um método que permite resolver esta questão. A partir de uma grelha de valores homogêneos das variáveis de decisão é simulado um espaço de valores dos critérios.

No método RGM é apresentada a fronteira (invólucro convexo) em vez dos pontos correspondentes às soluções do problema. Este invólucro convexo contém todos os pontos correspondentes às soluções não dominadas assim como às soluções entretanto criadas, o que aumenta o número de soluções atingíveis e ter em conta na análise de decisão. Deste modo, o decisor é convidado a explorar as diferentes soluções que fazem parte desta fronteira. O conjunto de todas as soluções não dominadas é então exibido sob a forma de Mapas Iterativos de Decisão (IDM), o que permite ao decisor intervir na escolha e análise das várias soluções possíveis (Lotov et al, 2004).

Nesta comunicação os autores exemplificam a aplicação da técnica RGM/IDM a um modelo multicritério de suporte à Gestão de Sistemas de Resíduos Sólidos Urbanos. Apresenta-se um modelo de suporte à decisão que otimiza as quantidades de resíduos sólidos urbanos a enviar para cada uma das várias instalações de tratamento que constituem o sistema obedecendo a múltiplos critérios de ordem económica, ambiental e legal.

Serão apresentados os resultados de várias simulações e feita a análise das soluções obtidas através de mapas de decisão iterativos.

## Referências Bibliográficas

- Hokkanen, J., Salminen, P. 1997. Choosing a solid waste management system using multicriteria decision analysis. *European Journal of Operational Research* 98, 19-36.
- Huang, M. L., Yang, W. F., Ma, H. W., Yang, Y. M. 2006. A novel multiobjective programming approach dealing with qualitative and quantitative objectives for environmental management. *Ecological Economics* 56, 584- 593.
- Lotov, A., Bushenkov, V., Kamenev, G. 2004. *Interactive Decision Maps – Approximation and Visualization of Pareto Frontier*. Kluwer Academic Publishers.
- Magrinho, A.; Didelet, F.; Semião, V., 2006. Municipal solid waste disposal in Portugal. *Waste Management* 26, 1477-1489.
- Minciardi, R., Paolucci, M., Robba, M., Sacile, R. 2008. Multi-objective optimization of solid waste flows: Environmentally sustainable strategies for municipalities. *Waste Management* 28, 2202-2212.

# SPM16 Um modelo unidimensional para o fluxo de sangue com base na teoria de Cosserat

Fernando Carapau<sup>1,2</sup> e Paulo Correia<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>*Universidade de Évora, ECT, Departamento de Matemática  
flc@uevora.pt*

<sup>2</sup>*Centro de Investigação em Matemática e Aplicações (CIMA)*

<sup>3</sup>*Universidade de Évora, ECT, Departamento de Matemática  
pcorreia@uevora.pt*

<sup>4</sup>*Centro de Investigação em Matemática e Aplicações (CIMA)*

## Abstract

Nesta palestra, vamos estudar o escoamento não-estacionário de um fluido viscoelástico generalizado de ordem  $n=3$ , onde o coeficiente de tensão normal depende da velocidade de corte, utilizando para tal um modelo do tipo power-law. Para isso, usamos a abordagem da teoria de Cosserat que reduz as equações tridimensionais exactas para um sistema dependendo apenas da variável tempo e de uma única variável espaço. Este sistema unidimensional é obtido por integração da equação de movimento linear através da secção transversal do tubo, onde o vector velocidade é aproximado pela teoria de Cosserat. A partir deste sistema reduzido, obtemos equações não-estacionárias para o wall shear stress e mean pressure gradient, dependendo do volume flow rate, número de Womersley, coeficientes viscoelásticas e índice do modelo do tipo power-law sobre uma secção finita da geometria do tubo com secção circular constante. A atenção está focada em algumas simulações numéricas.

**Keywords:** Teoria de Cosserat, modelos unidimensionais, volume flow rate, mean pressure gradient.

## References

- [1] FOSDICK, R. L., RAJAGOPAL, K.R. (1980) Thermodynamics and stability of fluids of third grade, Proc. R. Soc. Lond. A., 339, 351–377.
- [2] CAULK, D.A., NAGHDI, P.M. (1987) Axisymmetric motion of a viscous fluid inside a slender surface of revolution, Journal of Applied Mechanics, 54 (1), 190–196.

# SPM16 Hidden Markov Models

Anacleto Correia<sup>1</sup> and M. Filomena Teodoro<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Centro de Investigação Naval (CINAV-Escola Naval-Marinha)*

<sup>2</sup>*Center for Computational and Stochastic Mathematics (CEMAT - Inst. Superior Técnico - Univ. de Lisboa)*

*cortez.correia@marinha.pt, maria.alves.teodoro@marinha.pt*

## Abstract

As Hidden Markov Models (HMMs) têm sido o pilar da modelação estatística utilizada nos modernos sistemas de reconhecimento de voz. Apesar das limitações, variantes das HMMs são as técnicas mais utilizadas nesse domínio, sendo geralmente consideradas como as mais eficazes. Nesta apresentação reve-se a teoria básica das HMMs, aborda-se as suas aplicações, e conclui-se com algumas extensões ao modelo básico das HMMs e implementações práticas no âmbito da engenharia.

**Keywords:** Hidden Markov Models, modelação estatística, aplicações em engenharia.

**Acknowledgments:** Este trabalho foi financiado por fundos portugueses, *Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT)*, através do CEMAT, IST, Universidade de Lisboa, projecto UID/Multi/04621/2013, e CINAV, Academia Naval, Marinha Portuguesa.